Exercícios sobre probabilidades – Matemática aula por aula
Benigno Barreto Filho/Cláudio Xavier Toledo da Silva – vol. 2 Ensino Médio.

Atividade sobre Probabilidades – 4º bim. 2009 – 2os anos

1) No lançamento simultâneo de 2 dados, considere as faces voltadas para cima e determine

a) espaço amostral S.
b) evento E_1 : números cuja soma á igual a 5.
c) evento E_2: números iguais.
d) evento E_3: números cuja soma é um número par.
e) evento E_4: números ímpares nos 2 dados.
f) evento E_5: número 2 em pelo menos 1 dos dados.
g) evento E_6: números cuja soma é menor que 12.
h) evento E_7: números cuja soma é maior que 12.
i) evento E_8: números divisores de 7 nos 2 dados.

Resolução: a) Espaço amostral (S)

	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6

S = {(1,1). (1,2), (1,3) ... (6,6)} e número de eventos do espaço amostral: n(S) = 6 . 6 =36

b) E_1 = {(1,4), (4,1), (2,3), (3,2)} $\Rightarrow$ $n(E_1) = 4$
c) E_2 = {(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)} $\Rightarrow$ $n(E_2) = 6$
d) E_3 = {(1,1); (1,3); (1,5); (2,2), (2,4), (2,6); (3,1), (3,3), (3,5), (4,2), (4,4), (4,6), (5,1),(5,3), (5,5), (6,2), (6,4), (6,6)} $\rightarrow$ $n(E_3) = 18$
e) E_4 = {(1,1), (1,3), (1,5), (3,1), (3,3), (3,5), (5,1), (5,3), (5,5)} $\rightarrow$ $n(E_4) = 9$
f) E_5 = {(1,2), (2,2),(3,2),(4,2),(5,2),(6,2),(2,1),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6)} $\rightarrow$ $n(E_5) = 11$
g) E_6 = S – {(6,6)} $\rightarrow$ $n(E_6) = 35$
h) $E_7 = \varnothing \rightarrow n(E_7) = 0$
i) E_8 = {(1,1)} $\rightarrow$ $n(E_8) = 1$

2) Um casal planeja ter 3 filhos. Determine os eventos:

a) os 3 são do sexo feminino.
b) pelo menos 1 é do sexo masculino.
c) os 3 do mesmo sexo.

Resolução:
O casal planeja ter 3 filhos: Seja M= masculino e F = feminino.
Espaço amostral: S = {(M,M,M), (M,M,F), (M,F,M),(F,M,M),(M,F,F),(F,M,F),(F,F,M),(F,F,F)}
n(S) = 8

a) E_a = {(F,F,F)} $\rightarrow$ $n(E_a) = 1$
b) E_b = {(M,M,M), (M,M,F), (M,F,M),(F,M,M),(M,F,F),(F,M,F),(F,F,M)} $\rightarrow$ $n(E_2)=7$
c) E_c = {(M,M,M), (F,F,F)} $\rightarrow$ $n(E_c) = 2$

3) Uma urna contém 20 bolinhas numeradas de 1 a 20. Escolhe-se ao acaso uma bolinha e observa-se o seu número. Determine os seguintes eventos:
   a) o número escolhido é ímpar.
   b) o número escolhido é maior que 15.
   c) o número escolhido é múltiplo de 5.
   d) o número escolhido é múltiplo de 2 e de 3.
   e) o número escolhido é primo.
   f) o número escolhido é par e múltiplo de 3.
   g) o número escolhido é ímpar e múltiplo de 7.

Resolução:
Espaço amostral S = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20}→n(S) = 20
a) E_a = {1,3,5,7,9,11,13,15,17,19} $n(E_a) = 10$
b) E_b = {16,17,18,19,20} $n(E_b) = 5$
c) E_c = {5, 10, 15, 20} $n(E_c) = 4$
d) E_d = {6, 12, 18} $n(E_d) = 3$
e) E_e = {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19} $n(E_e) = 8$
f) E_f = {6, 12, 18} $n(E_3) = 3$
g) E_g = {7} $n(E_g) = 1$

4) Qual a probabilidade de ocorrer o número 5 no lançamento de um dado?

Resolução: $\left.\begin{array}{l} S = \{1,2,3,4,5,6\} \rightarrow n(S) = 6 \\ E = \{5\} \rightarrow \quad n(E) = 1 \end{array}\right\} \rightarrow P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{1}{6}$

5) Qual a probabilidade de se obter um número par no lançamento de um dado?

Resolução: E = {2, 4, 6} → n(E) = 3 $\Longrightarrow P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

6) Um disco tem uma face branca e a outra azul. Se o disco for lançado 3 vezes, qual a probabilidade de a face azul ser sorteda pelo menos uma vez?

Resolução: Lançamento 3 vezes. Espaço amostral:
S = {(B,B,B),(B,B,A),(B,A,B),(A,B,B),(B,A,A),(A,B,A),(A,A,B),(A,A,A)} → n(S) = 8
Evento ocorrer a face azul (A) pelo menos uma vez.
E_A = {(B,B,A),(B,A,B),(A,B,B),(B,A,A),(A,B,A),(A,A,B),(A,A,A)} → $n(E_A) = 7$

$$\Rightarrow P(E_A) = \frac{n(E_A)}{n(S)} = \frac{7}{8}$$

7) Um casal planeja ter 3 filhos. Qual a probabilidade de os 3 serem do mesmo sexo?

Resolução: Conforme exercício 2, temos: n(E) = 2 e n(S) = 8 $\Rightarrow P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

8) (Unesp) João lança um dado sem que Antônio veja. João diz que o número mostrado pelo dado é par. Qual a probabilidade de Antônio descobrir esse número?

Resolução: O número mostrado pelo dado é par, logo o espaço amostral S= {2,4,6} → n(S) = 3

Antônio deve escolher os eventos: E = {2} ou E = {4} ou E{6}, isto é, n(E) = 1

$$\Rightarrow P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{1}{3}$$

9) (Vunesp) Um baralho de 12 cartas tem 4 ases. Retiram-se 2 cartas, uma após a outra. Determine a probabilidade de a segunda ser um ás, sabendo que a primeira é um ás.

Resolução: Espaço amostral incial: n(S) = 12 e evento ases: n(E) = 4

Após a 1ª retirada: novo espaço amostral: $n(S_1) = 11$

novo evento ases (lembrando que a primeira retirada foi um ás):

$n(E_1) = 3$

Probabilidade de a segunda carta retirada seja um ás: $\Rightarrow P(E_1) = \frac{n(E_1)}{n(S_1\ )} = \frac{3}{11}$

10) (UFSCar-SP) Uma urna tem 10 bolas idênticas, numeradas de 1 a 10. Se retirarmos uma bola da urna, qual a probabilidade de não obtermos a bola número 7 ?

Resolução: espaço amostral: S = {b1,b2,b3,b4,b5,b6,b7,b8,b9,b10} → n(S) = 10

evento não sair bola 7: E = {b1,b2,b3,b4,b5,b6,b8,b9,b10} → n(E) = 9

$$\Rightarrow P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{9}{10}$$

11) Uma urna contém 2 bolas brancas e 5 bolas vermelhas. Retirando-se 2 bolas ao acaso e sem reposição, calcule a probabilidade de:
   a) as bolas serem de cores diferentes.
   b) as bolas serem vermelhas.

Resolução: Espaço amostral, considerando-se a retirada de 2 bolas ao acaso e sem reposição:
S =
{(b1,b2),(b2,b1),(b1,v1),(b1,v2),(b1,v3),(b1,v4),(b1,v5),(b2,v1),(b2,v2),(b2,v3),(b2,v4),(b2,v5),
(v1,b1),(v1,b2),(v1,v2),(v1,v3),(v1,v4),(v1,v5),(v2,b1),(v2,b2),(v2,v1),(v2,v3),(v2,v4),(v2,v5),
(v3,b1), (v3,b2),(v3,v1),(v3,v2),(v3,v4),(v3,v5),(v4,b1),(v4,b2),(v4,v1),(v4,v2),(v4,v3),(v4,v5),
(v5,b1),(v5,b2),(v5,v1),(v5,v2),(v5,v3),(v5,v4)}→ n(S) = 42

Obs.1 : O número de elementos do espaço amostral pode ser calculado com a fórmula do arranjo:

$$A_{7,2} = \frac{7!}{(7-2)!} = \frac{7!}{5!} = \frac{7.6.5!}{5!} = 42$$

a) probabilidade das bolas serem de cores diferentes:
   E_a = {(b1,v1),(b1,v2),(b1,v3),(b1,v4),(b1,v5),(b2,v1),(b2,v2),(b2,v3),(b2,v4),(b2,v5),
(v1,b1),(v1,b2),(v2,b1),(v2,b2), (v3,b1), (v3,b2), (v4,b1),(v4,b2), (v5,b1),(v5,b2)}→ $n(E_a)=20$

Obs. 2: O número de eventos de bolas de cores diferentes pode ser calculado como:

$$A_{7,2} - (A_{5,2} + A_{2,2}) = \frac{7!}{(7-2)!} - \left(\frac{5!}{(5-2)!} + \frac{2!}{(2-2)!}\right) = \frac{7.6.5!}{5!} - \left(\frac{5.4.3!}{3!} + \frac{2}{0!}\right) = 42 - \left(20 + \frac{2}{1}\right) = 20$$

$$\Longrightarrow P(E_a) = \frac{n(E_a)}{n(S)} = \frac{20}{42} = \frac{10}{21}$$

b) probabilidade das bolas serem vermelhas:

   $A_{5,2} = 20 \rightarrow n(E_b) = 20 \Longrightarrow P(E_b) = \dfrac{n(E_b)}{n(S)} = \dfrac{20}{42} = \dfrac{10}{21}$

12) (Mauá-SP) Uma caixa contém 11 bolas numeradas de 1 a 11. Retirando-se uma delas ao acaso, observa-se que ela tem um número ímpar. Determine a probabilidade de esse número ser menor que 5.

Resolução: Espaço amostral das bolas ímpares: S = {1,3,5,7,9,11} → n(S)=6
Evento número ímpar menor que 5: E ={1,3}

$$\Longrightarrow P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

13) Uma bola é retirada de um urna que contém bolas coloridas. Sabe-se que a probabilidade de ter sido retirada uma bola vermelha é 5/17. Calcule a probabilidade de ter sido retirada uma bola que não seja vermelha.

Resolução: Espaço amostral: n(S) = 17
Evento bola vermelha: n(E) = 5
Evento não bola vermelha: $n(\overline{E}) = 12 \Longrightarrow P(\overline{E}) = \dfrac{12}{17}$

14) (Fuvest) A probabilidade de que a população atual de um país seja de 110 milhões ou mais é de 95%. A probabilidade de ser 110 milhões ou menos é de 8%. Calcule a probabilidade de ser 110 milhões.

Resolução: $Probabilidade\ (A) \geq 110mi = 95\%\ \ e\ Probabilidade\ (B)\ \leq 110mi = 8\%$

a probabilidade de ser exatamente 110 milhões é igual a probabilidade da intersecção dos dois eventos $P(A \cap B)$.

Sabemos que: $P(A\ \cup B) = 100\%$

Aplicando a regra da união de dois eventos, temos:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$100\% = 95\% + 8\% - P(A \cap B)$$

$$100\% - 103\% = - P(A \cap B)$$

$$- 3\% = - P(A \cap B)$$

$$3\% = P(A \cap B)$$

15) Uma urna contém 30 bolinhas numeradas de 1 a 30. Retirando-se ao acaso uma bolinha da urna, qual a probabilidade de essa bolinha ter um número múltiplo de 4 ou 3?

Resolução: Espaço amostral: n(S) = 30

Eventos múltiplos de 4: $M_4 = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28\} \rightarrow n(M_4) = 7$

Eventos múltiplos de 3: $M_3 = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\} \rightarrow n(M_3) = 10$

Eventos múltiplos de 4 e 3: $M_4 \cap M_3 = \{12, 24\} \rightarrow n(M_4 \cap M_3) = 2$

$P(M_4) = \frac{n(M_4)}{n(S)} = \frac{7}{30}$; $P(M_3) = \frac{n(M_3)}{n(S)} = \frac{10}{30}$; $P(M_4 \cap M_3) = \frac{P(M_4 \cap M_3)}{n(S)} = \frac{2}{30}$

Probabilidade da bolinha ter um número múltiplo de 4 ou 3:

$$P(M_4\ \cup\ M_3) = P(M_4) +\ P\ (M_3) - \ P(M_4\ \cap\ M_3)$$

$$P(M_4\ \cup\ M_3) = \frac{7}{30} + \frac{10}{30} - \frac{2}{30}$$

$$P(M_4\ \cup\ M_3) = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$$

16) Jogando-se um dado, qual a probabilidade de se obter o número 3 ou um número ímpar?

Resolução: Espaço amostral: n(S) = 6
Evento sair o número 3: $n(E_3) = 1$
Evento sair número ímpar: $n(E_i) = 3$
Evento sair o número 3 e número ímpar: $E_3 \cap E_i = \{3\}$

Probabilidade de se obter o número 3 ou um número ímpar:

$$P(E_3 \cup E_i) = P(E_3) + P(E_i) - P(E_3 - E_i)$$

$$P(E_3 \cup E_i) = \frac{1}{6} + \frac{3}{6} - \frac{1}{6}$$

$$P(E_3 \cup E_i) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

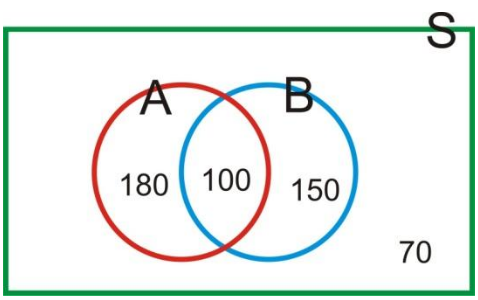
17) Consultadas 500 pessoas sobre as emissoras de tevê que habitualmente assistem, obteve-se o seguinte resultado: 280 pessoas assistem ao canal A, 250 assistem ao canal B e 70 assistem a outros canais, distintos de A e B. Escolhida uma pessoa ao acaso, determine a probabilidade de que ela assista:

a) ao canal A.
b) ao canal B.
c) ao canal A ou ao canal B.

Resolução: Espaço amostral: n(S) = 500
Evento assistir canal A: n(A) = 280
Evento assistir canal B: n(B) = 250
Evento assistir canais diferentes de A e B: n(~A e ~B) = 70
Evento assistir canais A e B: n (A ∩ B) = [n(A)+n(B)] – [n(S) – n(~A e ~B)]
(280 + 250) – (500 – 70)
530 – 430 = 100

a) assistem ao canal A:

$$P(A) = \frac{280}{500} = \frac{28}{50}$$



b) assistem ao canal B:

$$P(B) = \frac{250}{500} = \frac{25}{50}$$

c) assistem ao canal A ou ao canal B:

$$P(A \cap B) = \frac{100}{500} = \frac{10}{50} \qquad P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{28}{50} + \frac{25}{50} - \frac{10}{50} = \frac{43}{50}$$

18) (PUCCAMP-SP) Num grupo, 50 pessoas pertencem a um clube A, 70 pertencem a um clube B, 30 a um clube C, 20 pertencem aos clubes A e B, 22 aos clubes A e C, 18 aos clubes B e C e 10 pertencem aos 3 clubes. Escolhida ao acaso uma das pessoas presentes, a probabilidade de ela:

a) pertencer aos 3 clubes é 3/5.
b) pertencer somente ao clube C é zero.
c) pertencer a pelo menos dois clubes é de 60%.
d) não pertencer ao clube B é 40%.

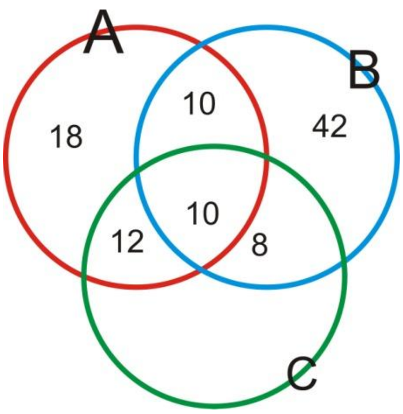
Resolução: Dados: I) pertencem ao clube A: n(A) = 50
II) pertencem ao clube B: n(B) = 70
III) pertencem ao clube C: n(C) = 30
IV) pertencem aos clubes A e B: n(A∩B) = 20
V) pertencem aos clubes A e C: n(A∩C) = 22
VI) pertencem aos clubes B e C: n(B∩C) = 18
VIII) pertencem aos 3 clubes: n(A∩B∩C) = 10

Espaço amostral: n(S) = n(A)+n(B)+n(C)+ n(A∩B∩C)-n(A∩B)-n(A∩C)-n(B∩C)=
50 + 70 + 30 + 10 – 20 – 22 – 18 = 100

a) probabilidade de pertencer aos 3 clubes: P(A) = $\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$ (falsa)
b) probabilidade de pertencer somente ao clube C:

P(C) = $\frac{n(C)}{n(S)} - \frac{n(A\cap C)}{n(S)} - \frac{n(B\cap C)}{n(S)} + \frac{n(A\cap B\cap C)}{n(S)}$

$P(C) = \frac{30}{100} - \frac{22}{100} - \frac{18}{100} + \frac{10}{100} = 0$ (verdadeira)



c) pertencer a pelo menos dois clubes.
De IV temos: 20%
De V temos: 22%
De VI temos: 18%
Pertencer aos 3 clubes: 30%
(falsa)

d) não pertencer ao clube B. Só pertencer aos clubes A ou C, isto é, 30%. (falsa).

ALTERNATIVA CORRETA: b

19) De uma reunião participam 200 profissionais, sendo 60 médicos, 50 dentistas, 32 enfermeiras e os demais nutricionistas. Escolhido ao acaso um elemento do grupo, qual é a probabilidade de ele ser médico ou dentista?

Resolução: espaço amostral: n(S) = 200
médicos: n(M) = 60;
dentistas: n(D) = 50;
enfermeiras: n(E) = 32 ;
nutricionistas: n(N) = 58
probabilidade de ser médico ou dentista: $P(M \cup D) = P(M) + P(D) - P(M \cap D)$

$$P(M \cup D) = \frac{n(M)}{n(S)} + \frac{n(D)}{n(S)} - \frac{n(M \cap D)}{n(S)}$$

$$P(M \cup D) = \frac{60}{200} + \frac{50}{200} - \frac{0}{200} \Longrightarrow P(M \cup D) = \frac{110}{200} = \frac{11}{20}$$

20) Escolhido ao acaso um elemento do conjunto dos divisores de 30, determinar a probabilidade de que ele seja primo?

Resolução: espaço amostral (divisores de 30): S = {1,2,3,5,6,10,15,30}→ n(S) = 8
números primos de S: E= {2,3,5} → n(E) = 3

probabilidade de que o número seja primo: $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{3}{8}$